

# Tentamen i Matematisk fysik FTF131

Måndagen den 12 december 2011

Examinator: Henrik Johannesson, tel. 0768-237042.

Inga hjälpmedel är tillåtna på denna tentamen.

Resultat meddelas individuellt via e-post senast 22/12.

Tentamen består av fem uppgifter där varje uppgift ger maximalt 5 poäng. Uppgifterna är inte avsiktligt ordnade efter svårighetsgrad.

Strukturera Dina lösningar noggrant. **Uppställda samband skall motiveras**, gärna med en översiktlig skiss av tankegång och bärande element! Alla väsentliga steg i analys och beräkningar skall redovisas.

---

1. (a) Vad menas med *Cauchys principalvärde* av en integral? Och vad är *Kramers-Kronigs relation*? Hur hänger dessa två begrepp ihop?

(b) Beräkna Cauchys principalvärde av integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(mx)}{x-a} dx,$$

där  $a$  är en reell konstant och  $m$  är ett positivt heltal.

2. Beskriv en metod att lösa integralekvationen

$$\varphi(x) = x + \lambda \int_0^1 (xt + t^2)\varphi(t) dt.$$

För vilka värden på  $\lambda$  existerar en unik lösning?

3. Betrakta följande påståenden:

(i) *Normen av en kvantmekanisk tillståndsvektor oscillerar under tidsutveckling.*

Sant eller falskt? Motivera Ditt svar!

(ii) *Normen av en generaliserad basvektor  $|x\rangle \in \mathcal{L}^2[a, b]$  (där  $x \in [a, b]$  är en koordinat) är  $= 1$ .*

Sant eller falskt? Motivera Ditt svar!

(iii) *Normen av en planvåg är  $= 1$  och därför är planvågor ofysikaliska.*

Sant eller falskt? Diskutera!

4. Betrakta problemet att bestämma formen på den slutna kurva av längden  $\ell$  som innesluter störst möjliga area. Visa hur man kan gå tillväga för att lösa problemet med hjälp av variationskalkyl! (Du behöver inte ta fram lösningen.)

5. (a) Betrakta Diedergruppen  $D_3$ . Hur många element har  $D_3$ ? Beskriv hur elementen i  $D_3$  verkar på en liksidig triangel!

(b) Ordningen av ett element  $g$  i en grupp är det minsta heltalet  $n$  sådant att  $g^n = e$ , där  $e$  är enhetselementet. Vilka ordningar har elementen i  $D_3$ ?

(c) Enligt Cayleys teorem är varje ändlig grupp av ordning  $n$  isomorf med en delgrupp till permutationsgruppen  $S_n$ . Illustrera Cayleys teorem genom att identifiera den delgrupp till  $D_3$  som är isomorf med en delgrupp till  $S_3$ . Argument?